10.04.14
Q 2

Qualitätssicherung (statistische)

betrifft Merkmale, wie Zuverlässigkeit, Funktionalität, Vertrauenswürdigkeit von Schätz- & Testangaben

$R(t) := P\{\overset{\text{Lebensdauer}}{T_i} > t\}$ $(t>0)$ heißt Zuverlässigkeit

Zuverlässigkeitsrechnung

ZR	Zuverlässigkeitsschaltbild	Berechnung von R	Berechnung von H (Erneuerungsfunktion)
SP	Modellierung eines Markov Prozess (MP)	Erneuerungsprozess	

↳ W-Modelle

3 ② Vertrauenswürdige Schätzer von Parametern (wie z.B. μ) einer Zufallsvariable (z.B. normalverteilt)

1.1 Erwartungswert μ einer μ,σ-normalverteilten Zufallsvariable mit bekanntem σ:

Konfidenzintervall $[\bar x \pm z_{\alpha/2}\cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ zum Niveau α (z.B. 5%)

1.2 Erwartungswert μ bei unbekanntem σ: Stichproben-Varianz $V := \frac{(\bar X - X_1)^2 + \dots + (\bar X - X_n)^2}{\underbrace{n-1}_{*}}$

*=> „Erwartungstreue" im Gegensatz zum Nenner n

-> Beobachtungswert v für V: $v := \frac{1}{n-1}\cdot \sum_{i=1}^{n} (\bar x - x_i)^2$ mit $\bar x := \frac{1}{n}\cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$

Keine Prüfungsaufgabe zu Quantilen oder Wie Schätze ich $\sqrt{\frac{v}{n}}$ „Varianz" mit Sicherheit

-> Konfidenzintervall $[\bar x \pm t_{n-1,\alpha/2}\cdot \sqrt{\frac{v}{n}}]$ (nur ein Schätzwert -> nicht σ) mit den Quantilen der (Student-) t-Verteilung (bei unbekannter Varianz) vom Grad $n \in \mathbb{N}$ (siehe Tabelle!)

1.3 Standardabweichung (bzw. Varianz) einer normalverteilten Zufallsvariable: $\left[\frac{\sqrt{(n-1)v}}{\chi_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{\sqrt{(n-1)v}}{\chi_{n-1,\alpha/2}}\right]$

bzw. $\left[\frac{(n-1)v}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)v}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}\right]$ mit den Quantilen $\chi_{\nu,\alpha}$ der Chi-Quadrat-Verteilung vom Grad $\nu \in \mathbb{N}$ s. Tabelle

24.04.2014 • Approximatives Konfidenzintervall für eine (Eintreffer-) W-Keit

$p \in]0,1[$ einer Binomialverteilung (mit Parametern n,p): Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ zum Niveau $\alpha \in]0,1[$ bestimmt durch die quadratische Gleichung in p: $\boxed{(n + z^2_{\alpha/2})p^2 - (2k + z^2_{\alpha/2})p + \frac{k^2}{n} = 0}$
↳ evtl. Mitternachtsformel

mit k ($\approx np$) als Beobachtungswert der Gesamttrefferanzahl

Prüfung

Zahlenbeispiel: $\alpha = 5\%$ => $z_{\alpha/2} \approx 1{,}96$ (aus Tabelle ablesen) => $z^2_{\alpha/2} \approx 3{,}84$; $n = 100$ Schüsse ; $k := 60$ Treffer

-> Gleichung: $103{,}84p^2 - 123{,}84p + 36 = 0$ -> $p_{1/2}$ => $[p_1, p_2] \approx [0{,}50, 0{,}69]$ (50% , 69%)

• Approximatives Konfidenzintervall für eine Zufallsrate λ

λ einer Poisson-Verteilung bei großem Stichprobenumfang n: Konf. intervall $[\lambda_1, \lambda_2]$ zum Niveau $\alpha \in]0,1[$

bestimmt durch die quadratische Gleichung in λ: $\boxed{\lambda^2 - (2\hat\lambda + \frac{z^2_{\alpha/2}}{n})\lambda + \hat\lambda^2 = 0}$ mit $\hat\lambda$ als beobachteter

← geschätzter Wert für λ (was will man haben)
Mittelwert $\hat\lambda$ ($\approx\lambda$)

Zahlenbeispiel (siehe Aufgabe 2.3.2): Innerhalb von 24 Monaten werden 103 Ereignisse gezählt. (Annahme: Poisson-Verteilt)

Gesucht: Konf. intervall für die zugehörige Zufallsrate pro Monat. (Lösung: Hier mit $n = 24$ als Stichprobenumfang! (Do 2.3 1&2)